有限グラフの因子及び射影曲線の因子の階数と特殊化

山木　壱彦

京都大学　国際高等教育院／大学院理学研究科

講演概要

2007 年，Baker と Norine は有限グラフ上の因子理論を構築した ([2])．この理論で，因子とは有限グラフの頂点の整数係数形式的線型結合である．それら因子の間には線型同値の概念が定義でき，したがって因子の線型系が考えられる．さらに，彼らは線型系の階数を定義した．その定義の一定の正当性は，たとえばこの階数に関して「リーマン・ロッホの定理」が成立することに見て取れる．

その後，有限グラフの因子理論は，Baker の特殊化写像によって射影曲線の因子理論と結びつく ([1])．この写像は，射影曲線上の因子に対しその特殊化と呼ばれる有限グラフ上の因子を対応させる写像である．Baker の特殊化補題により，射影曲線の因子の階数は特殊化によって減少しないことが知られた．

有限グラフの因子の側から見ると，Baker の特殊化補題は，有限グラフの因子を射影曲線上のそれに持ち上げると一般には階数が減少することを意味している．そこで，「どのような状況下であれば，与えられた有限グラフ上の因子を階数を保ったまま射影曲線上に持ち上げられるのか？」という問題が考えられる．この講演では，有限グラフの因子理論と Baker の特殊化補題を復習た後，この問題に関して川口周氏（同志社大学）との共同研究 ([3, 4]) で得られた結果を紹介する．

参考文献

[1] M. Baker, *Specialization of linear systems from curves to graphs, with an appendix by Brian Conrad*, Algebra Number Theory **2** (2008), 613–653.

[2] M. Baker and S. Norine, *Riemann-Roch and Abel-Jacobi theory on a finite graph*, Adv. Math. **215** (2007), 766–788.

[3] S. Kawaguchi and K. Yamaki, *Rank of divisors on hyperelliptic curves and graphs under specialization*, Int. Math. Res. Not. *IMRN 2015* (2015), no. 12, 4121–4176.

[4] S. Kawaguchi and K. Yamaki, *Algebraic rank on hyperelliptic graphs and graphs of genus* 3, Kyoto J. Math. **56** (2016), no. 1, 177–196.