

シミュレーション技法レポート

平成 22 年 11 月 29 日

書式: 基本的に自由. ただし A4 の紙を用い表紙に氏名と学籍番号を明記.

提出先: 授業時間に安富に直接手渡ししか 1 月から WW7F 安富個研に設置予定の提出箱.

期限: 1 月 19 日 (水) まで

定積分

$$I := \int_0^4 \frac{16}{16+x^2} dx$$

を考える.

1. I の値を求めよ.
2. $[0, 4]$ 区間上の一様分布に従う独立確率変数列 X_n を直接用いたモンテカルロ積分

$$Y_N := \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{1+X_n^2}$$

の二乗平均誤差 $E[(Y_N - I)^2]$ を求めよ.¹

3. 二乗平均誤差 $E[(Y_N - I)^2]$ を $(0.001)^2$ 以下にする為に必要な回数 $N_{0.001}$ を (有効数字 3 桁で切り上げて) 求めよ.
4. $g(x) := \frac{1}{(1+x) \log 5}$ とする g の原始関数を求め g が $[0, 4]$ 区間上の密度関数であること, i.e., $\int_0^4 g(x) dx = 1$ なる事を確かめよ.
5. $[0, 4]$ 区間上の g を密度関数とする分布に従う独立確率変数列 $\tilde{X}_n$ を用いた重点サンプリング-モンテカルロ積分

$$\tilde{Y}_N := \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+\tilde{X}_n^2)g(\tilde{X}_n)}$$

の二乗平均誤差 $E[(\tilde{Y}_N - I)^2]$ を求めよ.

¹不定積分

$$\int \left(\frac{1}{1+x^2} \right)^2 dx = \arctan x + \int \frac{x}{1+x^2} + C$$

を用いよ.

6. この時の二乗平均誤差 $E[(\tilde{Y}_N - I)^2]$ を $(0.001)^2$ 以下にする為に必要な回数 $\tilde{N}_{0.001}$ を (有効数字 3 桁で切り上げて) 求めよ.
7. $[0, 1]$ 区間上の一様分布に従う確率変数 U を用いて密度関数 g に従う確率変数を構成せよ.(分布関数を用いる)
8. $[0, 1]$ 区間上の一様分布に従う確率変数 U と, $[0, 4]$ 区間上の一様分布に従う確率変数 X をもとにして採択-棄却法によって g を密度関数とするサンプルを生成するときの採択率 $p = P(\frac{g(X)}{Mh(X)} \leq U)$ (ただし $M := \max_{x \in [0, 4]} \frac{g(x)}{h(x)}$) を求めよ.² また, $\frac{1}{p}\tilde{N}_{0.001}$ と $N_{0.001}$ を比較せよ.
9. 74535023842524 を 9999999 で割った余りを求めよ.
10. (この項は無視しても良い. 関心のある者のみ関心のある部分を行えばよい) C を用いて実際に次のことを実行してみよ:
 - I を (一様分布を用いた) モンテカルロ法により求めよ.
 - g に従うサンプルを 2 種の方法で生成せよ.
 - I を前述のサンプルを用いた重点サンプリング-モンテカルロ法により求めよ.
 - 演算子「/」, 「%」を用いずに $2^{17} - 1$ による剰余をもとめよ.(シフト演算子を使う)

² X の密度関数 h は $h(x) = \frac{1}{4}$ である.